



BLIŻEJ SUKCESU - FINANSE

ZŁOTE
MYSLI

Marcin Krzywda

FINANSE DLA KAŻDEGO



**Samodzielnie obliczaj swoje
zyski i nie daj się zwodzić
reklamom banków!**

Niniejszy **darmowy** ebook zawiera fragment
pełnej wersji pod tytułem:

„Finanse dla każdego”

Aby przeczytać informacje o pełnej wersji, [kliknij tutaj](#)

Darmowa publikacja dostarczona przez

NajlepszePorownanie.pl

Niniejsza publikacja może być kopiowana, oraz dowolnie rozprowadzana tylko i wyłącznie w formie dostarczonej przez Wydawcę. Zabronione są jakiegolwiek zmiany w zawartości publikacji bez pisemnej zgody wydawcy. Zabrania się jej odsprzedaży, zgodnie z [regulaminem Wydawnictwa Złote Myśli](#).

© Copyright for Polish edition by ZloteMysli.pl

Data: 07.04.2008

Tytuł: Finanse dla każdego (fragment utworu)

Autor: Marcin Krzywda

Wydanie I

Projekt okładki: Marzena Osuchowicz

Korekta: Anna Popis-Witkowska, Sylwia Fortuna

Skład: Anna Popis-Witkowska

Internetowe Wydawnictwo Złote Myśli sp. z o.o.

ul. Daszyńskiego 5

44-100 Gliwice

WWW: [www. ZloteMysli.pl](http://www.ZloteMysli.pl)

EMAIL: kontakt@zlotemysli.pl

Wszelkie prawa zastrzeżone.

All rights reserved.

SPIS TREŚCI

WSTĘP	5
WARTOŚĆ PIENIĄDZA W CZASIE	6
Wartość bieżąca (present value, PV)	7
Wartość przyszła (future value, FV)	8
LOKATY BANKOWE	9
Kapitalizacja prosta	9
Co to jest procent?	9
Ile zarobię na lokacie?	10
Lokaty na okres krótszy niż rok	11
Kapitalizacja składana	12
Lokata bankowa o rocznej kapitalizacji	12
Lokata bankowa o częstszej niż roczna kapitalizacji	14
Efektywna stopa procentowa	15
Wnioski	17
Lokaty progresywne	19
Co zmniejsza zysk z lokaty?	21
Prowizje bankowe	21
Podatek od zysków	21
Oprocentowanie realne	22
KREDYTY	25
Kredyty ze stałą ratą kapitałową	25
Kredyty ze stałą ratą całkowitą	29
Wyprowadzenie wzoru na wysokość raty	31
Zmiana oprocentowania w trakcie spłaty kredytu	34
Inne warianty spłaty kredytu	35
Kredyt z równymi ratami odsetkowymi	35
Kredyt indeksowany	35
EMERYTURY	36
Zasady oszczędzania w OFE	37
Opłaty w OFE	37
Minimalna stopa zwrotu	38
Zbieramy na emeryturę	39
Symulacja 1	39
Symulacja 2	40
Czy naprawdę będę milionerem?	42
DODATEK A: INFLACJA	43
Czym jest inflacja?	43
Przyczyny inflacji	44
Skutki inflacji	44
Jak mierzymy inflację?	45
Inflacja a stopy procentowe	46

Inflacja a inwestycje.....	46
Obligacje indeksowane inflacją.....	47
DODATEK B: MATEMATYKA FINANSOWA W EXCELU.....	48
Jak wstawić funkcję do komórki?.....	48
Lokaty.....	50
Kredyty.....	51

Lokaty bankowe

Najprostszą sytuacją, z którą możemy mieć do czynienia w kontekście matematyki finansowej, jest lokata bankowa. Polega ona na tym, że składamy pewną kwotę w banku, by po pewnym okresie otrzymać ją z powrotem plus naliczone odsetki (procent).

Kapitalizacja składana

Z oprocentowaniem składanym na lokacie mamy do czynienia, gdy co jakiś czas dochodzi do kapitalizacji odsetek, czyli dopisania odsetek do kapitału. W ten sposób Twój kapitał się zwiększa i procent w kolejnym okresie jest naliczany od wyższej kwoty. Jak łatwo się domyślić, daje to większe zyski niż oprocentowanie proste, gdzie odsetki były dopisywane raz na koniec okresu trwania lokaty.

Albert Einstein nazywał procent składany największym matematycznym odkryciem w historii. „Cud” procentu składanego sprawia, że Twoje pieniądze są samonapędzającą się maszynką do zarabiania. Żeby „maszynka” działała, potrzebne są dwa czynniki: powtórne inwestowanie zarobionych pieniędzy i czas. Im dłużej inwestujesz, tym większą kwotą obracasz.

Lokata bankowa o rocznej kapitalizacji

Rozpocniemy od najprostszego przypadku, czyli lokaty rocznej, utrzymywanej przez kilka lat. Zakładamy więc, że r oznacza nominalną roczną stopę procentową¹, n liczbę lat, na ile umieścimy pieniądze na lokacie. Zgodnie z zasadą oprocentowania składanego, co roku odsetki będą dopisywane do kapitału i w kolejnym roku procentować będzie już większa kwota. Zobaczmy, jak kształtować się będą odsetki w kilku pierwszych latach:

Rok	Procent za n rok	Wartość kapitału po n roku
1	$P \cdot r$	$P + P \cdot r = P \cdot (1 + r)$
2	$P \cdot (1 + r) \cdot r$	$P \cdot (1 + r) + P \cdot (1 + r) \cdot r = P \cdot (1 + r)^2$
3	$P \cdot (1 + r)^2 \cdot r$	$P \cdot (1 + r)^2 + P \cdot (1 + r)^2 \cdot r = P \cdot (1 + r)^3$
4	$P \cdot (1 + r)^3 \cdot r$	$P \cdot (1 + r)^3 + P \cdot (1 + r)^3 \cdot r = P \cdot (1 + r)^4$

Ogólnie otrzymujemy zatem zależność:

$$FV = PV \cdot (1 + r)^n$$

gdzie, podobnie jak poprzednio:

FV — kapitał końcowy.

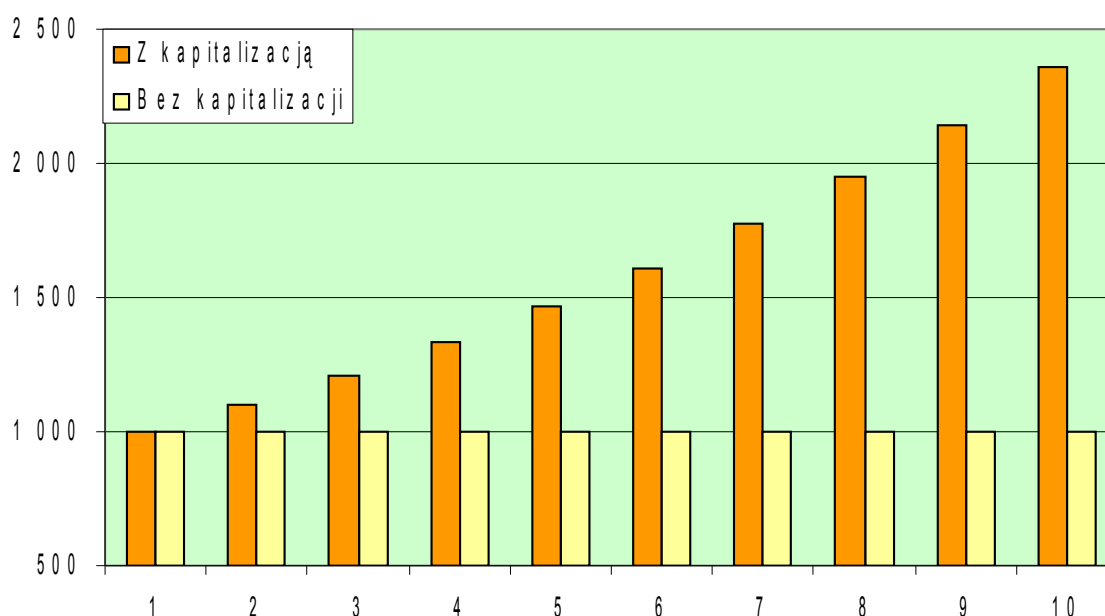
PV — kapitał początkowy.

To tyle wzorów, czas na przykład. Zobaczmy, jak będzie się kształtować wysokość odsetek na lokacie trwającej 10 lat, gdy kapitał początkowy wynosi 10 000 PLN, i stopa roczna $r = 10\%$ (tak dla łatwego rachunku :).

¹ Ważne założenie: stopa procentowa w kolejnych latach się nie zmienia!

Rok	Procent za n rok	Wartość kapitału po n roku
		10 000,00 PLN
1	1 000,00 PLN	11 000,00 PLN
2	1 100,00 PLN	12 100,00 PLN
3	1 210,00 PLN	13 310,00 PLN
4	1 331,00 PLN	14 641,00 PLN
5	1 464,10 PLN	16 105,10 PLN
6	1 610,51 PLN	17 715,61 PLN
7	1 771,56 PLN	19 487,17 PLN
8	1 948,72 PLN	21 435,89 PLN
9	2 143,59 PLN	23 579,48 PLN
10	2 357,95 PLN	25 937,42 PLN

Ponieważ po każdym roku do kapitału dopisuje się odsetki (kapitalizacja), to w roku następnym odsetki są większe. Gdyby nie to, wynosiłyby one stale 1 000 PLN. Wydać to wyraźnie na wykresie:



Lokata bankowa o częstszej niż roczna kapitalizacji

Okres kapitalizacji może być krótszy niż rok. W takim przypadku dojdzie do kilkukrotnego doliczenia odsetek do kapitału w ciągu roku.

Oznaczać będziemy przez m liczbę okresów kapitalizacji w roku. Czyli jeśli kapitalizacja będzie kwartalna, to $m = 4$ (bo mamy 4 kwartały w roku). Jeśli r jest roczną nominalną stopą procentową², to r/m będzie stopą w pojedynczym okresie kapitalizacji. Jeśli n oznacza długość trwania lokaty (wyrażoną w latach, przy czym n jest ułamkiem o mianowniku m), to po zamknięciu lokaty kapitał będzie wynosił:

$$FV = PV \cdot \left(1 + \frac{r}{m}\right)^{m \cdot n}$$

Efektywna stopa procentowa

Zajmiemy się teraz zagadnieniem porównania efektywności różnych lokat oferowanych przez ten sam bank, ale na różne okresy. Jest to dość praktyczne zagadnienie, gdy chcemy złożyć pewną kwotę pieniędzy na lokatę bankową na pewien okres i szukamy najlepszej oferty. Banki różnicują oprocentowanie lokat na różne terminy. We wzorcowej sytuacji, rozważanej często w podręcznikach finansów, takim okresem, w którym porównuje się stopy procentowe, jest 1 rok, ale my być może chcemy trzymać pieniądze w banku przez inny okres, np. 18 miesięcy, i może się okazać, że w takim okresie korzystniejszy jest inny wariant lokaty niż dla 12 miesięcy.

²Tutaj również zakładamy, że stopa się nie zmienia!

Weźmy przykładową ofertę pewnego banku. Oto tabela wymieniająca lokaty różnej długości dostępne w tym banku wraz z ich oprocentowaniem, ale w skali roku (!):

14 dni	3,60%
1 miesiąc	4,00%
2 miesiące	4,00%
3 miesiące	4,20%
4 miesiące	4,55%
5 miesięcy	5,55%
6 miesięcy	4,70%
9 miesięcy	5,75%
1 rok	5,00%
2 lata	5,10%
3 lata	5,20%

Uwaga. Jak już wspomniałem, jeśli oprocentowanie lokaty 14-dniowej wynosi 3,6%, nie znaczy to, że po 14 dniach otrzymamy 3,6% więcej. To jest oprocentowanie w skali rocznej, zatem po 14 dniach dostaniemy $14/365$ części tej kwoty, a zatem 0,138%. Dla lepszego zobrazowania – przy kwocie 10 000 PLN zysk z lokaty, jaki otrzymasz po 14 dniach, wyniesie 13,8 PLN.

Wprowadźmy sobie teraz pewną definicję, która posłuży nam do porównywania lokat:

Efektywna stopa procentowa — oprocentowanie rocznej lokaty, która przyniosłaby taki sam zysk, jak dana (o krótszym terminie kapitalizacji), na której pieniądze będziemy trzymać przez rok.

Jak zatem policzyć wysokość stopy efektywnej? Kapitał po dokonaniu obu inwestycji ma być równy, zatem spełnione ma być równanie:

$$PV \cdot (r_e + 1) = PV \cdot \left(1 + \frac{r}{m}\right)^m,$$

co po odpowiednich przekształceniach daje:

$$r_e = \left(1 + \frac{r}{m}\right)^m - 1$$

gdzie r_e oznacza oczywiście poszukiwaną stopę efektywną, r daną stopę nominalną, a m liczbę okresów kapitalizacji przypadających na jeden rok.

Policzmy dla przykładu stopę efektywną dla lokaty miesięcznej o takiej stopie, jak we wcześniejszej tabelce, czyli 4% w skali roku. Oprocentowanie miesięcznie wyniesie więc $4/12 = 0,33\%$, ale po każdym miesiącu odsetki będą dopisywane do kwoty lokaty, a więc w kolejnym miesiącu kwota pracująca dla nas na lokacie będzie większa.

Policzmy:

$$r_e = \left(1 + \frac{r}{m}\right)^m - 1 = \left(1 + \frac{4 \text{ proc.}}{12}\right)^{12} - 1 = 4,07 \text{ proc.}$$

Zobaczmy, ile wynosi efektywna stopa procentowa dla innych okresów lokat (bierzemy pod uwagę tylko lokaty o okresie krótszym lub równym 1 rok).

Okres lokaty	Nominalna stopa proc.	Efektywna stopa proc.
14 dni	3,60%	3,66%
1 miesiąc	4,00%	4,07%
2 miesiące	4,00%	4,07%
3 miesiące	4,20%	4,27%
4 miesiące	4,55%	4,62%
6 miesięcy	4,70%	4,76%
1 rok	5,00%	5,12%

Ponieważ umowy lokat są tak sformułowane, że jeśli chcielibyśmy wyciągnąć nasze pieniądze z lokaty przed upływem jej terminu, nie dostaniemy odsetek, bank tak układa tabelę oprocentowania, aby lokaty o dłuższym terminie miały wyższą efektywną stopę procentową.

Jak skorzystać z wiedzy zawartej w pełnej wersji ebooka?

Więcej praktycznych porad dotyczących domowych finansów znajdziesz w pełnej wersji ebooka. Zapoznaj się z opisem na stronie:

<http://domowe-finanse.zlotemysli.pl/>

Samodzielnie obliczaj swoje zyski
i nie daj się zwieść reklamom banków!



► POLECAMY TAKŻE PORADNIKI:

Stań się postrachem bukmacherów – Bartłomiej Boruta



Skuteczne systemy obstawiania, których boją się bukmacherzy, zostały ujawnione!

Odkryj wypróbowane systemy matematyczne i strategie gry, które dadzą Ci **przewagę nad bukmacherem** oraz poznaj "Złote Zasady", dzięki, którym przestaniesz popełniać błędy i **nareszcie zaczniesz wygrywać**.

Więcej o tym poradniku przeczytasz na stronie: <http://zaklady-bukmacherskie.zlotemysli.pl>

"W pełni profesjonalnie napisany poradnik na temat zakładów bukmacherskich zarówno dla początkujących jak i doświadczonych graczy. Myślę, że każdy znajdzie tu dla siebie wiele cennych rad jak grać a przede wszystkim jak wygrać."

Piotr Trębicki

Tania jazda samochodem – Lech Baczyński



98 cennych rad, jak oszczędzić co najmniej 576 zł rocznie na paliwie

Wzrastające ceny paliw sprawiają, że musimy szukać oszczędności. Chcemy zaoszczędzić jak najwięcej, by mieć pieniądze na inne ważne dla nas wydatki. Na zapewnienie odpowiedniego poziomu życia sobie i swojej rodzinie. Na drobne przyjemności i na realizację wielkich marzeń...

Więcej o tym poradniku przeczytasz na stronie: <http://tania-jazda.zlotemysli.pl>

"W moim osobistym przypadku ten ebook sprawił, że obecnie jeżdżę zdecydowanie wolniej i spokojniej, niż to miałem w zwyczaju. Przekonałem się, że taka jazda faktycznie daje mi sporo korzyści. I już tylko za to należy się temu ebookowi duży plus."

- Paweł Sygnowski autor ebooków

Zobacz pełen katalog naszych praktycznych poradników na stronie www.zlotemysli.pl